

# 音叉料位计的原理和计算

## ——高灵敏机电振荡器应用实例

辽阳自动化仪表厂 韩永奎 黄裕良

音叉料位计是一种固体料位检测仪表，可对粉末和小颗粒状物料进行位式控制或作上下限报警，应用极为广泛。它与其它料位仪表相比具有以下几个优点：(1)灵敏度极高，可检测比重大于  $0.03 \text{ g/cm}^3$  的非粘滞性固体物料；(2)密封承压，工作压力可达  $10 \text{ kgf/cm}^2$ ；(3)稳定可靠，抗干扰能力强；(4)使用寿命长，不磨损，不疲劳；(5)结构简单、成本低，使用维护方便。

本文针对音叉料位计主要指标——频率和振幅，通过公式推导和计算，进行理论分析得出结论，结果与实测参数完全一致。从而使这些公式成为指导音叉料位计的设计和仪表调试的主要依据，解决了仪表研制工作的技术关键，使各项指标均达到国外同类仪表的水平。

### 1. 音叉料位计的工作原理

图1是音叉料位计的结构示意图。在圆筒的底部，厚度为  $2.5 \text{ mm}$  的振动膜与筒臂之间用很薄的环形隔振片连接。而振动膜的外面是两支板状叉体。叉体和振膜是铸成一体的。膜的里面是用铜压板压在膜上的两组压电陶瓷片。其中一组称为检测片，利用压电晶体的压电效应，将叉体和振膜的振动转换成电压信号；另一组称为驱动片，用反压电效应将交变电压转换成交变力，驱动振动膜和叉体产生振动。

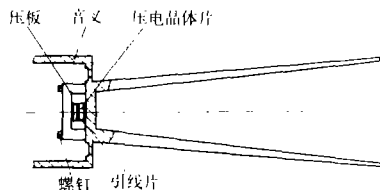


图1 音叉结构示意图

将检测片接到电子放大器的输入端，将驱动片接到放大器的输出端。由于叉体振动处于谐振状态，驱动片的交变力与叉体振幅相位差为  $90^\circ$ ，即驱动电压与叉体振幅相位差为  $90^\circ$ 。同理，叉体振幅与检测片的交变电压又有  $90^\circ$  的相位差。结果就形成了驱动电压和检测电压相位差为  $180^\circ$ 。为了满足振荡的相位条件，我们选择了相移为  $180^\circ$  的电子放大器。当放大器的放大倍数满足振荡幅值条件时，就构成了“电-机械式振荡器”。该振荡器以音叉的固有频率  $85 \text{ Hz}$  振

荡，如图2所示。

当叉端触及料位时，因受物料阻尼和叉体惯性矩变化的影响，机械  $Q$  值降低，音叉振荡器停止振荡。振荡停止后，仪表发出位式开关信号，供给顺序控制、报警等料位调节系统。这就是音叉料位计的基本原理。

音叉料位计线路原理图如图3所示。图中， $E_1$ 、 $E_2$  是压电陶瓷组 ( $E_1$  是检测片， $E_2$  是驱动片)。 $E_1$ 、 $E_2$  分别接到由三极管  $BG_1$  和  $BG_2$  组成的电子放大器的输入端和输出端，构成音叉振荡器。振荡信号经  $BG_3$  组成的射极跟随器的阻抗交换后，经  $D_5$ 、 $D_7$  组成的倍压整流变为直流信号，推动  $BG_4$  组成的开关电路。

A向视图

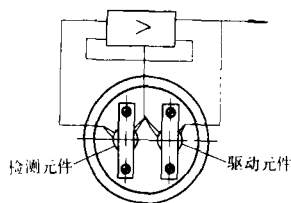


图2 振荡器示意图

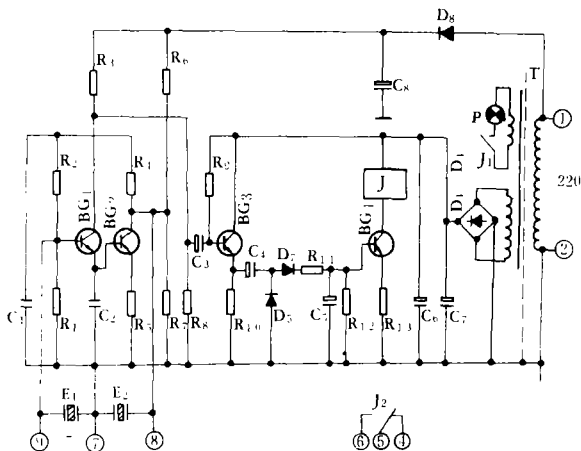


图3 音叉料位计电气原理线路图

当叉体不接触料位时，音叉振荡器振荡， $BG_4$  导通，继电器  $J$  吸合，小灯  $P$  点亮。当叉体触及料位时，音叉振荡器停振， $BG_4$  截止， $J$  释放，小灯  $P$  熄灭，同时  $J$  的另一组接点给出开关信号。

## 2. 音叉料位计的主要技术参数

- (1) 振动频率 85 Hz。
- (2) 叉端振幅约 1 mm。
- (3) 物料最小比重 0.03 g/cm<sup>3</sup>。
- (4) 振动的起振时间不大于 7 秒，停振不大于 1 秒。

## 3. 叉体振动频率和叉端振幅的计算

叉体振动可视为弹性体的直杆横向振动。叉体振动示意图如图 4 所示。

为了简化计算，将图 4(a) 的均匀直杆振动，视为以  $m$  为全杆质量、距离支点长度为  $L/2$  的简谐振动，如图 4(b)。显然，杆的恢复力  $F$  与质点惯性矩  $J$  之间的关系为

$$J \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = -F \quad (1)$$

按照泰勒公式展开有

$$F = F_0 + \left(\frac{dF}{dy}\right)_0 y + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 F}{dy^2}\right)_0 y^2 + \dots \quad (2)$$

当  $y=0$  即平衡位置时，恢复力  $F_0=0$ 。并忽略高次项，则

$$F = Ky \quad (3)$$

式中  $K$ ——常数；

$$K = E \cdot I \quad (4)$$

$E$ ——杨氏模量；

$I$ ——二次矩。

将(3)(4)两式代入(1)式得出：

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \quad (5)$$

$$\text{其中 } \omega^2 = \frac{EI}{J} \quad (6)$$

(5) 式即为叉体振动的微分方程式，其通解为

$$y = A \cos \omega t + B \sin \omega t = y_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (7)$$

其边界条件为： $t=0$  时  $y=y_0$ ； $\frac{dy}{dt} = \dot{y}_0$ 。

当(7)式中  $t=0$  时， $y_0=A$ 。

再将(7)式微分，得

$$\frac{dy}{dt} = \omega A \sin \omega t + \omega B \cos \omega t \quad (8)$$

当(8)式中  $t=0$  时， $\dot{y}_0 = \omega \cdot B$ ，即  $B = \dot{y}_0 / \omega$ 。

因而叉体振动方程式为

$$y = y_0 \cos \omega t + \frac{\dot{y}_0}{\omega} \sin \omega t$$

$$= \sqrt{y_0^2 + \left(\frac{\dot{y}_0}{\omega}\right)^2} \cdot \sin\left(\omega t + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega y_0}{\dot{y}_0}\right) \quad (9)$$

从(9)式可以看出，直杆振动是幅值为

$$\sqrt{y_0^2 + \left(\frac{\dot{y}_0}{\omega}\right)^2}$$

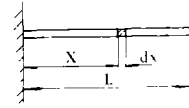
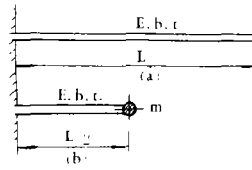


图 4 叉体振型示意图 图 5 惯性矩积分变量图

角频率为  $\omega$  的正弦振动。其振动频率由(6)式可得出

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{EI}}{2\pi} \quad (10)$$

为了求得惯性矩，将叉体距支点  $x$  处取一微段  $dx$ ，如图 5 所示。仍然考虑质量中心在  $x/2$  处，则  $x$  处和  $x+dx$  处的惯性力的变量为

$$dJ' = J'_{x+dx} - J'_x \quad (11)$$

若叉体宽度为  $b$ 、厚度为  $t$ 、密度为  $\rho$ ，则

$$dJ' = \rho b t (x+dx) \left(\frac{x}{2}\right)^2 - \rho b t x \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$= \rho b t \left(\frac{x}{2}\right)^2 dx \quad (12)$$

将式(12)积分得出惯性力

$$J' = \frac{1}{3} m \left(\frac{L}{2}\right)^2 \quad (13)$$

其中  $m$  为叉体质量， $m = \rho b t L$ 。

惯性矩为

$$J = J' \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{3} m \left(\frac{L}{2}\right)^3 \quad (15)$$

将(15)式代入(10)式，得出音叉振动频率

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{m \left(\frac{L}{2}\right)^3}} \quad (16)$$

薄板矩形截面的二次矩为

$$I = \frac{1}{3} b t^3 \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)得

$$f_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (18)$$

将音叉实测数据  $t=5 \times 10^{-3} \text{ m}$ 、 $L=2.1 \times 10^{-1} \text{ m}$ 、 $E=2 \times 10^{10} \text{ kgf/m}^2$ 、 $\rho=7.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  代入(18)式得出  $f_n=81$ 。计算结果与实测 85 Hz 的数据相近。说明计算无误。

为了更加准确，我们用弹性体直杆振动方程式进行计算，导出音叉振动频率的准确公式为

$$f_n^0 = 0.161 \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{Eg}{\rho}} \quad (19)$$

其中  $g$  是重力加速度。(19)式量纲也是确切的。将实测数据  $E=2 \text{ cm}$ 、 $t=0.5 \text{ cm}$ 、 $L=21 \text{ cm}$ 、 $g=980 \text{ cm/s}^2$  代入(19)式得出  $f_n^0=90.9(1/\text{s})$ 。计算结果与实

测 85 Hz 也相当接近。

下面计算叉端振幅。将(8)式微分得

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t) = \omega^2 y \quad (20)$$

而叉体振动的恢复力

$$F = m \frac{d^2y}{dt^2} \quad (21)$$

将(20)式代入(21)式得

$$F = m \omega^2 y \quad (22)$$

将式(6)、(15)、(17)代入(22)式得

$$y'_m = \frac{1}{8} \cdot \frac{L^3}{Ebt^3} \cdot F \quad (23)$$

注意到  $y'_m$  为质量中心即  $L/2$  处的振幅。显然叉端振幅应比  $y'_m$  大一倍,即

$$y_m = \frac{1}{4} \cdot \frac{L^3}{Ebt^3} \cdot F \quad (24)$$

当  $L=2.1 \times 10^{-1} \text{ m}$ ,  $t=5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ,  $b=2 \times 10^{-2} \text{ m}$ ,  $E=2 \times 10^{10} \text{ kgf/m}^2$ ,  $F=25 \text{ kgf}$  时, 由(24)式计算得出:  $y_m=0.00115 \text{ m}=1.15 \text{ mm}$ 。计算结果与实测  $0.7 \text{ mm}$  基本相符。

为了准确计算叉端振幅, 将弹性体直杆振动频率公式(19)式代入(22)式得出

$$y_m^0 = \frac{L^3}{Ebt^3g} \cdot F \quad (25)$$

将上面数据及  $g=9.8 \text{ m/s}^2$  代入(25)式, 算出  $y_m^0=0.47 \text{ mm}$ , 与实测数更为接近。

根据上述分析计算可归纳为以下几点结论:

(1) 音叉振荡器的振动频率与叉长的平方成反比, 叉体越长频率越低; 而与叉厚成正比, 叉越薄, 振动频率越低; 并且与材质亦有关;

(2) 叉端振幅与驱动力  $F$  成正比, 在几何尺寸和材料一定的条件下, 增大驱动力可增大振动幅度;

(3) 叉端振幅与叉长  $L^3$  成正比, 与叉宽  $b$  和叉厚  $t^3$  成反比。在驱动力不变的条件下, 增加叉长或减薄叉厚和叉宽, 可增大叉端振幅;

(4) 叉端振幅与材质有关。

#### 4. 振膜的计算

实际调试中发现, 振膜的厚度是音叉振荡器能否起振和叉端振幅的大小能否稳定和持续振荡的关键。膜过厚和过薄都达不到最佳的振动状态。为此, 我们认为只有膜片与两支叉体处于谐振状态才是音叉振荡的最佳振动状态。

将叉体与膜片视为图 6 的振型, 可得出振膜的振动频率为

$$f_M = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2EI_0}{mk^2l_1}} \quad (26)$$

式中  $l_1$ ——振膜长度;

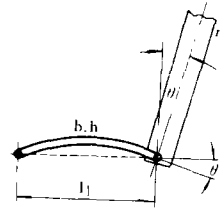


图 6 膜片振型示意图

$I_0$ ——二次矩;

$$I_0 = \frac{bh^3}{3} \quad (27)$$

$b$ ——膜宽(也是叉宽);

$h$ ——振膜厚度;

$k^2m$ ——叉体的惯性力

$$J' = \frac{1}{3} m \left( \frac{L}{2} \right)^2$$

从而得出

$$f_M = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{Eh^3}{\rho L^3 t l_1}} \quad (28)$$

为得到最佳振动状态, 须使  $f_M = f_n$ 。由(18)和(28)两式相等并经过化简得出:

$$\left( \frac{h}{t} \right)^3 = \frac{l_1}{L} \quad (29)$$

将实测数据  $L=0.21 \text{ m}$ ,  $t=0.005 \text{ m}$ ,  $l_1=0.02 \text{ m}$  代入(29)式, 算出  $h=0.0023 \text{ m}=2.3 \text{ mm}$ 。从计算结果可以看出,  $h=2.3 \text{ mm}$  时, 音叉振荡为最佳状态。实测的最佳振荡状态  $h \approx 2.5 \text{ mm}$ 。理论计算与实际也很接近。

经过计算推导得出, 膜片变形角  $\theta$  与恢复力  $F$  之间关系为

$$\theta = \frac{3l_1}{2Ebh^3} \cdot F \quad (30)$$

叉端振幅  $y_m^\theta = L \text{ tg } \theta \quad (31)$

将实测数据代入(31)式, 得出  $y_m^\theta=0.57 \text{ mm}$ 。说明计算结果与实测数也相符。

由上述振膜计算的结果, 可归纳为以下几点结论:

(1) 膜片厚度按(29)式计算, 可使振荡达到最佳状态;

(2) 叉端振幅与  $l_1$  成正比, 与  $h^3$  成反比, 提高振幅必须减薄膜厚、增长膜长。由于受到谐振条件的限制, 因此只有一定的调正范围, 关键要保证谐振状态。

#### 5. 驱动力的计算

音叉振动的驱动力来源于压电陶瓷片。驱动力大小取决于压电片上施加的交变电压大小和压电陶瓷的压电系数  $d_{33}$ 。

$$F = \frac{q}{2d_{33}} \quad (32)$$

式中  $q$ ——施加电压  $U$  时在压电片上产生的表面电荷;

$$q = C_e U \quad (33)$$

$C_e$ ——压电片的电容值;

$$C_e = \frac{\epsilon \pi D^2}{2\delta} \quad (34)$$

$\delta$ ——压电片厚度;

$D$ ——压电片直径;

$\epsilon$ ——介电常数。

从上面三个公式得出

$$F = \frac{\epsilon \pi D^2}{2\delta d_{33}} U \quad (35)$$

几点结论:

(1) 在压电片不变条件下, 驱动力与驱动电压成正比。此最高电压受到压电片允许电压限制;

(2) 在相同驱动电压条件下, 增大压电片直径、减少厚度、选择适当压电系数的片子可以提高驱动力的大小和振荡强度。

本仪表选 PZT-5 压电片、 $D=10^{-2}m$ 、 $\delta=10^{-3}m$ 、

$d_{33}=600 \times 10^{-11} C/kgf$ 、 $\epsilon=18585 \times 10^{-12} F/m$  时, 欲得到 25 kgf 的驱动力, 用(35)式算出  $U=50 V$ 。与实测值相符。

用以上公式导出音叉振荡器叉端振幅

$$y_m = L \operatorname{tg} \left[ \frac{3}{4} \frac{L_1 \epsilon \pi D^2}{E b h^3 \alpha d_{33}} U \right] \quad (36)$$

### 6. 结束语

用理论推导得到的参数计算公式与实测结果的接近程度, 说明了本文给出的公式可以作为音叉振荡器的设计参考之用。特别是这些计算公式对指导仪表调试可起重要作用。

### 参 考 文 献

- [1] 井町勇编著 《机械振动学》
- [2] 贾菲斯著 《压电陶瓷》
- [3] 中国计量科学研究院 《振动冲击测量传感器》
- [4] 王家桢 “音叉料位发讯器” 《自动化仪表》1982 年第一期

\*\*\*\*\*  
(上接第 30 页)

样装好即可使用。坏了一相的开关, 照样可以改制使用。

### 3. 应用效果

吉林省农安县食品公司酿造厂采用控温仪前后的经济效果对比如表所示。

就吉林省农安县食品工业公司酿造厂推算, 在四个月内, 不用多投料即可增产酱油 40 多吨, 合产值 1 万多元。

另外我们在该厂的酱油低盐固态发酵池、大酱发酵池和种曲室也分别安装了控温仪和温湿度测控仪。由于该厂的蒸汽管道中不能保证经常供气, 故未构成自动控制系统, 只是作为温度监视和向锅炉房“要气”(车间距锅炉房二百多米)的自动信号与报警装置。也受到了工人的欢迎。其具体的线路如图 2、图 3 所示。如有条件用电磁阀门来代替报警的灯、铃, 稍加改动即能创成自动控制系统了。

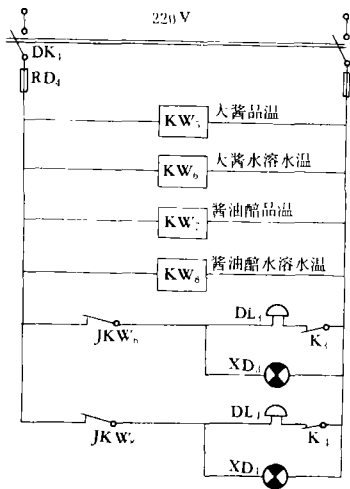


图 2

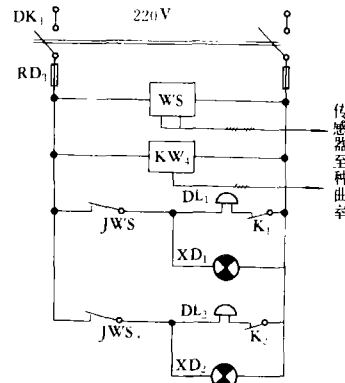


图 3

## 本期内容摘要

### 光导纤维在检测技术中的应用

文鸣岐

《自动化仪表》1983年第六期 P.5~7

本文介绍了光导纤维的主要特点、光导纤维在检测中的应用,并例举了光导纤维在温度、浓度、位移、变形、压力、声学、电压、电流、磁场、核辐射、液位等物理量测量中的应用。

### 针型打字机机头实验动力学分析

左全璋 刘楚兴

《自动化仪表》1983年第六期 P.8~11

针型打字机机头是打字机的一个关键部件,它在一定程度上决定了机器的性能和寿命。本文论述了机头动力学试验的原理和装置,脉冲宽度  $T_p$  与打击力关系的实验,  $T_p$ -F理论曲线的绘制及其与实验曲线的对比分析, F- $T_p$  曲线的意义。这些曲线可作为利用计算机对机头进行理论设计的参考。

### 饱和水蒸汽流量压力补正计算及应用

董家祥 杨殿才

《自动化仪表》1983年第六期 P.12~16

工业过程中所用的饱和水蒸汽的压力和温度波动幅度很大,如果直接使用差压测量法测其流量,误差较大。本文通过具体实例介绍了测量饱和水蒸汽流量的压力补正法以及所用仪表系统的组成,从而提出了仪表选用的原则。

### 音叉料位计的原理和计算

韩永奎 黄裕良

《自动化仪表》1983年第六期 P.17~20

本文介绍了音叉料位计的工作原理、主要技术参数、叉体振动频率和叉端振幅的计算、振膜的计算、音叉驱动力的计算。并采用一些图和计算公式推导来说明这种固体料位检测仪表的原理,这些计算公式得到了实践的证明,可作为音叉振荡器的设计参考用。

### 带微型计算机的数字式程序调节器

都明生

《自动化仪表》1983年第六期 P.23~26

本文介绍了 DCP 511 数字式可编程序调节器的特点、系统结构、性能和改进。该系统由微型计算机的 CPU、ROM、RAM、定时器、内部开关、A/D、D/A、显示器和键盘等部分组成,可接收远方输入,具有模拟和数字输出、可编程序 PID 等各种功能。

### 电网引起仪表损坏问题的探讨

潘兴境

《自动化仪表》1983年第六期 P.33~35

本文讨论了由电网直接引起仪表损坏的典型现象:整流二极管反向击穿、可控硅反向击穿、阳极空芯灯电流控制电路损坏、电子继电器保护系统失灵、保险丝熔断、变压器损坏、仪表电机损坏等。并介绍了防止这些现象发生的方法。

### YE-150 膜盒压力表工艺的改进及其仪表的调整

甘钰文

《自动化仪表》1983年第六期 P.36~37

本文介绍了 YE-150 压力表表盘工艺的改进,其关键是线性度的问题。文中论述了仪表表盘工艺改进的理论根据、仪表机构的传动特性、误差的补偿及调整。这一改进不仅能达到线性刻度的特性,并使仪表装校方便,精确度得到保证,质量好,外表美观。

### 伺服 P-D 流量计

Michio Kawata

《自动化仪表》1983年第六期 P.53~55

容积式流量计具有很高的测量精确度,但在小流量时流量特性变坏。本文介绍了这种流量计的工作原理和特点,并叙述了音速文丘里标定结果和其它带有伺服流量计在高压 1 Mpa 时的标定系统。

徐罗庚译自“(日)计量研究所报告”1981年7月号

Vol.30 No.3(No.104)